

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**A RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE PORCENTAGEM POR
ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**

AVELINO LEITE DE ALMEIDA NETTO

João Pessoa – Paraíba

DEZEMBRO de 2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

AVELINO LEITE DE ALMEIDA NETTO

**A RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE PORCENTAGEM POR
ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso a
presentado à Coordenação do curso de
Licenciatura em Matemática da Universidade
Federal da Paraíba como requisito parcial
para obtenção do título de licenciado em
Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Rogéria Gaudencio do
Rêgo

João Pessoa – Paraíba

DEZEMBRO de 2016

Catálogo na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Seção de Catalogação da Biblioteca Setorial do CCEN

A447r Almeida Netto, Avelino Leite de.
A resolução de questões sobre porcentagem por alunos do ensino médio / Avelino Leite de Almeida Netto.- João Pessoa, 2016.
39 p. : il.

Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba.
Orientadora: Prof^a. Dr^a Rogéria Gaudencio do Rêgo.

1. Matemática - Porcentagem. 3. Enem – Questões de provas. 3. Matemática financeira. I. Título.

AVELINO LEITE DE ALMEIDA NETTO

**A RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE PORCENTAGEM POR
ALUNOS DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para a obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Rogéria Gaudencio do Rêgo

Aprovada em: 19 / 12 /2016.

Conceito: _____

Nota: _____

BANCA EXAMINADORA

Rogéria Gaudencio do Rêgo

Prof^a Dr^a Rogéria Gaudencio do Rêgo - UFPB
(Orientadora)

Antônio Sales da Silva

Prof. Ms Antônio Sales da Silva - UFPB
(Avaliador)

Valdenilza Ferreira da Silva

Prof^a Dr^a Valdenilza Ferreira da Silva - UFPB

(Avaliador)

Dedico este trabalho à todos meus familiares e amigos que nunca deixaram de me apoiar nessa fase tão importante da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer a minha mãe Maria das Neves e a minha tia que tenho como mãe também, Maria Aparecida, por toda dedicação e apoio à minha educação de modo geral ao longo de todos esses anos.

Ao meu irmão mais novo Pedro Formiga por ser verdadeiramente um irmão e uma pessoa que sempre posso contar.

Agradeço à Prof.^a Dra. Rogéria Gaudencio por ter aceitado ser minha orientadora, por toda paciência e apoio na realização deste trabalho.

Aos professores Antônio Sales e Eduardo Gonçalves por aceitar fazer parte da banca examinadora.

Quero agradecer também à todas as amizades que o curso me proporcionou, em especial aos meus amigos Filipe Arão e Bruno Arruda que estão sempre presentes em minha vida e que me ajudaram bastante ao decorrer do curso.

Por fim ao meu professor do ensino fundamental Adalberto Jorge por ter me feito despertar a vontade de aprender matemática.

RESUMO

Verificar quais são as principais dificuldades dos alunos no ensino médio em porcentagem, tendo em vista que é um assunto muito importante para a formação de um cidadão, seja ajudando em decisões simples do cotidiano como na vida acadêmica dos mesmos, já que esse é um assunto bastante utilizado no ENEM que hoje é o principal concurso para o ingresso à universidade. Depois de verificadas as dificuldades chegar a possíveis formas de como solucionar-las observando também as estratégias desenvolvidas para a solução das questões possibilitando assim enxergar qual método é mais utilizado e mais simples de se entender e com isso poder ajudar de forma mais proativa o aprendizado dos estudantes.

Palavras-chaves: Porcentagem, Enem

ABSTRACT

Check what are the main difficulties of students in high school as a percentage, considering that is a very important issue for the formation of a citizen, is helping in simple everyday decisions as in the academic life of the same , as this is a matter widely used in the ENEM that today is the main competition for admission to the university. After verified difficulties reaching possible ways of how to fix them also observing the strategies developed for the solution of the issues thus enabling to see which method is most commonly used and simpler to understand and it can help more proactively learning of students.

Key-words: Percentage , Enem

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1: Soma das porcentagens e o método de resolução por regra de três. | 27 |
| Figura 2: Soma das porcentagens e o método de resolução por partição da porcentagem | 27 |
| Figura 3: Aplicações sucessivas de percentuais e o método de resolução por regra de três .. | 28 |
| Figura 4: Fracionando o percentual e o método de resolução convencional | 29 |
| Figura 5: Completa falta de interpretação textual e do conceito de lucro | 30 |
| Figura 6: Obtido o lucro e o método de resolução por regra de três simples | 31 |
| Figura 7: Resolução por regra de três simples e multiplicação e divisão erradas | 33 |
| Figura 8: Multiplicação e divisão bem efetuada e o método de resolução convencional..... | 34 |
| Figura 9: Resolução por arredondamento | 34 |
| Figura 10: Soma dos percentuais e o método de resolução convencional | 36 |
| Figura 11: Percentuais separados, aplicados sem sucessão | 36 |
| Figura 12: Descontos sucessivos bem efetuados e o método de resolução por regra de três simples | 37 |
| Figura 13: Tentativa equivocada de resolução | 38 |
| Figura 14: Regra de três simples com percentual, dobrando o raio r | 39 |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| 1. INTRODUÇÃO – APRESENTAÇÃO DA TEMÁTICA DA PESQUISA | 9 |
| 1.1 JUSTIFICATIVA | 9 |
| 1.2 OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS DE NOSSO TRABALHO | 10 |
| 1.2.1 OBJETIVO GERAL | 10 |
| 1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 10 |
| 1.3 METODOLOGIA ADOTADA NA PESQUISA E INSTRUMENTO UTILIZADO | 11 |
| 2. O REFERENCIAL TEÓRICO DO TRABALHO: BREVE RECORTE | 17 |
| 2.1 A IMPORTÂNCIA DA PORCENTAGEM PARA A FORMAÇÃO DO ALUNO: O QUE DIZEM OS PCN DE MATEMÁTICA | 17 |
| 2.1.1 OS PCN DE MATEMÁTICA DA 1ª À 4ª SÉRIE | 17 |
| 2.1.2 OS PCN DE MATEMÁTICA DA 5ª À 8ª SÉRIE | 19 |
| 2.2 ALGUNS RESULTADOS DE PESQUISAS SOBRE O TEMA. | 21 |
| 3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS | 22 |
| 3.1 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 1 | 23 |
| 3.2 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 2 | 26 |
| 3.3 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 3 | 28 |
| 3.4 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 4 | 34 |
| 3.5 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 5 | 34 |
| CONSIDERAÇÕES FINAIS | 37 |
| REFERÊNCIAS | 38 |

1. INTRODUÇÃO – APRESENTAÇÃO DA TEMÁTICA DA PESQUISA

1.1 JUSTIFICATIVA

A escolha do tema Porcentagem, se deu em razão de entendermos a importância desse conceito tanto para a vida acadêmica e profissional do aluno, quanto para sua vida fora do espaço escolar. Em nossa experiência como professor da Educação Básica, é frequente ouvirmos em sala de aula, em especial dos alunos do último ano do Ensino Médio, durante todo o ano letivo, frases como: “o senhor pode revisar porcentagem?”; “não sei nada de porcentagem e é só o que cai no Enem”.

Com o transcorrer do ano letivo, ao desenvolvermos atividades que envolvem o conceito citado, e observando avaliações de exames nacionais como o Exame Nacional de Estudantes do Ensino Médio (ENEM), constatamos que o problema da falta de domínio acerca de Porcentagem é sério e requer atenção.

As dificuldades aparecem no trabalho de introdução ou revisão do conteúdo; em atividades de análise de gráficos com percentual; na resolução de problemas de acréscimo ou desconto envolvendo valor percentual; dentre outras situações vivenciadas em sala de aula.

Embora o conceito seja explorado desde o Ensino Fundamental, as dificuldades são passadas de um ano para o outro, e nós, professores, não as sanamos ou amenizamos. Dentre as justificativas que apresentamos está, por exemplo, a falta de tempo para retomarmos conteúdos anteriores e ainda os do ano de escolaridade que ensinamos.

No Ensino Médio, além da pressão relativa ao cumprimento dos conteúdos previstos para esse nível, há também a cobrança de realização de um trabalho especificamente voltado para os exames de seleção para ingresso no Ensino Superior, em especial em escolas particulares. Ou seja, os alunos precisam estudar tudo e seu conhecimento precisa atender ao formato proposto para tais exames.

A questão é: como sanar ou amenizar as dificuldades dos alunos relativas ao conceito de Porcentagem, visto sua importância para a formação do aluno? Antes de mais nada, é preciso conhecer as particularidades do conceito, para facilitar seu ensino, e uma vez que o aluno já o estudou mas apresenta dificuldades, identificar onde estão essas dificuldades para, assim, podermos propor possíveis soluções.

Na investigação que discutimos no presente Trabalho de Conclusão de Curso, procuramos investigar quais as principais dificuldades enfrentadas por alunos do Ensino Médio quando resolvem problemas de Porcentagem, bem como buscamos verificar quais estratégias foram mais utilizadas por eles em suas resoluções das questões propostas.

Esses elementos, quando identificados e analisados, possibilitam pensarmos em ações didáticas para superação dos problemas levantados na turma específica com a qual trabalhamos, mas, também, planejarmos nossas atividades futuras de abordagem do conteúdo, de modo que essas dificuldades não surjam ou sejam minimizadas. Considerando o exposto, traçamos para nosso trabalho os objetivos descritos em seguida.

1.2 OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS DE NOSSO TRABALHO

1.2.1 OBJETIVO GERAL

Analisar as principais dificuldades encontradas por estudantes do Ensino Médio na resolução de problemas de Porcentagem e identificar as estratégias utilizadas por eles, no processo.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para alcançarmos nosso Objetivo Geral, realizamos os seguintes Objetivos Específicos:

- Selecionar um conjunto de questões envolvendo Porcentagem, em exames nacionais já realizados;
- Aplicar as questões selecionadas na etapa anterior, em uma turma de alunos do 3º Ano do Ensino Médio de uma Escola da Rede Estadual de Ensino da Paraíba;
- Discutir os resultados encontrados, relativos às dificuldades dos alunos e as estratégias que eles utilizaram para determinar suas soluções.

1.3 METODOLOGIA ADOTADA NA PESQUISA E INSTRUMENTO UTILIZADO

Em razão dos objetivos que selecionamos para abordar nossa temática, optamos pela realização de um estudo qualitativo, do tipo Estudo de Caso. (JEZINE, 2000). Além disso, como pretendemos levantar informações, considerando um espaço específico onde nosso fenômeno de estudo acontece, o Estudo de Caso se aplica como método adequado para realizamos nossos objetivos.

Participaram do estudo 47 (quarenta e sete) alunos do Ensino Médio de uma Escola da Rede Estadual de Ensino da Paraíba, da cidade de João Pessoa. Como instrumento para o levantamento de informações a serem analisadas, utilizamos uma avaliação escrita e individual, contendo cinco questões envolvendo o conteúdo de Porcentagem.

Todas as questões foram selecionadas do ENEM, já realizados. As questões do exame citado são de múltipla escolha, mas em nossa pesquisa propusemos algumas questões sem apresentar as opções que são indicadas na questão original. Em outros casos, mantivemos as alternativas, como no original.

As questões do ENEM são elaboradas visando atender descritores de uma matriz elaborada pelo MEC. Um dos descritores faz referência direta ao conceito de Porcentagem:

Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem. (http://inep.gov.br/educacao_basica/enem/.../2012/matriz_referencia_enem.pdf)

Como podemos observar, o conceito de Porcentagem está relacionado no descritor geral Conhecimentos Numéricos. Este, por sua vez, pode ser associado a vários dos conteúdos citados no mesmo descritor, como razão, proporção e juros.

Ao apresentarmos os enunciados das questões propostas, trazemos uma indicação dos procedimentos matemáticos que poderiam ser realizados para responder o que se pede. Vale salientar que a questão poderia ser resolvida de diversas outras maneiras, como acontece com as questões que envolvem Porcentagem, e o que trazemos em nosso texto é apenas uma dessas possibilidades.

A primeira questão da avaliação aplicada foi retirada do ENEM 2013 e tinha o enunciado apresentado em seguida:

Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de?

- (a) 15,00
- (b) 14,00
- (c) 10,00
- (d) 5,00
- (e) 4,00

(<http://www.escolasimetria.com.br/enem2013/questao/151>)

O objetivo central da questão envolve, de maneira geral, a capacidade de interpretação de texto, uma vez que ela está dividida em duas etapas, conectadas logicamente, além do domínio do conteúdo específico de Porcentagem. Nesse caso, o cálculo de Porcentagem estava relacionado à ideia de descontos sucessivos, ou seja, de aplicações sucessivas de percentuais de desconto.

Embora a questão original fosse de múltipla escolha, não colocamos as alternativas da questão original para nossos alunos, modificando a última frase da questão, ou seja, deixando-a do seguinte modo: “Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, de quanto seria a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais?”.

A solução da questão envolvia os procedimentos indicados em seguida. Feita a remarcação dos preços temos que, para calcularmos 20% de R\$50, basta fazermos a seguinte operação: $\frac{20}{100} \cdot 50 = 10$, ou seja, isso equivale a R\$10,00 de desconto, assim o cliente pagaria R\$ 40 após a remarcação.

Porém, se ele tivesse o cartão fidelidade, teria mais 10% de desconto em cima do valor dessa compra, ou seja, haveria um desconto adicional de 10%, calculado sobre o preço de R40,00, ou seja, calculamos $\frac{10}{100} \cdot 40 = 4$, o que equivale a um

desconto de R\$4,00, que corresponderia à economia adicional solicitada na questão. Desse modo, a resposta correta seria o item e.

O enunciado da segunda questão, também do ENEM 2013, era:

O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de?

- (a) R\$ 900,00
- (b) R\$ 1 200,00
- (c) R\$ 2 100,00
- (d) R\$ 3 900,00
- (e) R\$ 5 100,00

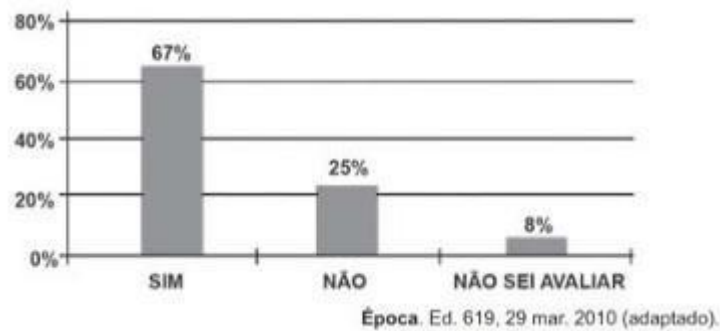
(<http://educacao.globo.com/provas/enem-2013/questoes/158.html>)

A questão envolve, além da interpretação de texto, a ideia de lucro, bem como o cálculo de Porcentagem. Para solucioná-la, primeiro precisamos determinar o valor do lucro (L), que é dado por: $L = R\$ 34\ 000,00 - R\$ 26\ 000,00 = R\$ 8\ 000,00$. Em seguida calculamos o percentual indicado sobre o lucro, ou seja, computamos 15% de R\$ 8 000,00. Como $\frac{15}{100} \cdot 8\ 000 = 1\ 200$, o vendedor terá que pagar de Imposto de Renda à Receita Federal R\$ 12 000,00. O item correto seria a letra (b).

Embora a questão original fosse de múltipla escolha, não colocamos as alternativas da questão original para nossos alunos, modificando a última frase da questão, ou seja, deixando-a do seguinte modo: “Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar quanto de Imposto de Renda à Receita Federal?”.

A terceira questão da avaliação aplicada aos alunos foi extraída do ENEM 2010 e tinha o seguinte enunciado:

Uma enquête, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquête, como mostra o gráfico:



Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete:

- a) Menos de 23.
- b) Mais de 23 e menos de 25.
- c) Mais de 50 e menos de 75.
- d) Mais de 100 e menos de 190.
- e) Mais de 200.

(<http://educacao.globo.com/provas/enem-2011/questoes/175.html>)

No caso dessa questão, ela foi proposta aos alunos que participaram de nossa pesquisa com as alternativas de múltipla escolha, como na questão original. Além da leitura e interpretação do texto do enunciado, a questão envolvia a observação e interpretação gráfica. Além disso, envolvia a ideia de valor aproximado, relativo ao cálculo percentual. Para resolver a questão, analisando o gráfico temos que 25% dos internautas responderam “NÃO” à enquete, então basta calcularmos o percentual correspondente, ou seja, $25\% \text{ de } 279 = \frac{25}{100} \cdot 279 = 69,75$ internautas, o que corresponde à alternativa (c).

A quarta questão da avaliação que aplicamos foi extraída do ENEM 2012, e tinha o seguinte enunciado:

Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

| | |
|-----------------|--|
| Hipoglicemia | taxa de glicose menor ou igual a 70mg/dL |
| Normal | taxa de glicose maior que 70mg/dL e menor ou igual a 100mg/dL |
| Pré-diabetes | taxa de glicose maior que 100mg/dL e menor ou igual a 125mg/dL |
| Diabetes Melito | taxa de glicose maior que 125mg/dL e menor ou igual a 250mg/dL |
| Hiperglicemia | taxa de glicose maior que 250mg/dL |

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estava com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dl. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa 30% e na segunda etapa em 10%.

Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de:

(a) hipoglicemia.

- (b) normal.
- (c) pré-diabetes.
- (d) diabetes melito
- (e) diperglimia.

(<http://educacao.globo.com/provas/enem-2012/questoes/175.html>)

A questão envolvia a leitura e interpretação do que estava sendo pedido, o que era dividido em duas partes. Na primeira etapa do tratamento do paciente da questão, a taxa de glicose reduziu 30%, ou seja, precisaríamos calcular 30% de 300, ou seja, $\frac{30}{100} \cdot 300 = 90$, o que corresponde a 90 mg/dl. Terminada a primeira etapa do tratamento, a taxa de glicose seria de $300 - 90 = 210$ mg/dl.

Na segunda etapa, a taxa foi reduzida em 10% do resultado posterior à primeira etapa, ou seja, $10\% \text{ de } 210 = \frac{10}{100} \cdot 210 = 21$, ou seja, 21mg/dl. Terminada a segunda etapa do tratamento, a taxa final de glicose seria de $210 - 21 = 189$ mg/dl, e a alternativa correta seria a letra (d).

A quita e última questão da avaliação que aplicamos em nossa investigação foi extraída do ENEM 2012, e tinha o seguinte enunciado:

O losango representado na Figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida.

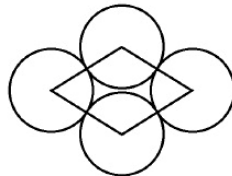


Figura 1

Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrada pela Figura 2

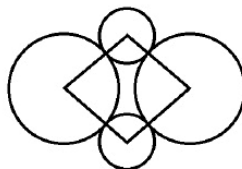


Figura 2

O perímetro do losango da Figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da Figura 1, teve um aumento de

- (a) 300%
- (b) 200%
- (c) 150%
- (d) 100%.
- (e) 50%.

(<http://educacao.globo.com/provas/enem-2012/questoes/137.html>)

Além da capacidade geral de leitura e interpretação textual, a questão envolvia a aplicação de Porcentagem no campo da Geometria, ou seja, envolvia o conceito de perímetro de figuras planas além das ideias de proporcionalidade, associadas às ideias de aumento ou redução.

Para resolver a questão, podemos proceder do seguinte modo. Observado que as quatro circunferências da Figura 1 têm o mesmo raio e que o losango é formado pelos raios das circunferências, seu perímetro corresponderá à medida de dois raios da circunferência, assim, temos que o perímetro da Figura 1 será de $8R$, onde R é o raio.

Utilizando o mesmo raciocínio podemos determinar o perímetro da Figura 2. Sabendo que o raio de duas das quatro circunferências foi dobrado, temos que o perímetro da Figura 2 será de $12R$, logo, o aumento do perímetro será de $12R - 8R = 4R$. Em termos de porcentagem, observe que $8R$ equivale a 100% do perímetro da Figura 1, assim, $4R$ que é correspondente ao aumento, corresponderá a 50%, já que é a metade de $8R$. A alternativa correta seria, portanto, a letra (e).

No Capítulo 3 trazemos os resultados que obtivemos com a aplicação da avaliação composta pelas cinco questões aqui apresentadas, indicando os percentuais de acerto e de erro de cada questão, pelos alunos que participaram de nosso estudo. Além disso, trataremos dos principais erros que foram cometidos e quais as estratégias utilizadas pelos alunos que acertaram as respostas das questões.

2. O REFERENCIAL TEÓRICO DO TRABALHO: BREVE RECORTE

Em discussões realizadas com os colegas do curso de Graduação, que também já atuam como professores na Educação Básica, ou com os colegas professores da instituição onde trabalhamos, constatamos que o ensino de Matemática vem, ao longo dos anos, se tornando um desafio cada vez maior.

As razões passam pela motivação dos estudantes para aprender algo que, para eles, não tem “utilidade” na vida, ou pela forma como estão sendo ou poderiam ser abordados os conteúdos em sala de aula. A forma tradicional de ensino, em que a principal ação está sob a responsabilidade do professor, que se resume a apresentar definições e exemplos, não tem apresentado resultados positivos.

Quanto à importância dos conteúdos, vale salientar que alguns deles, como porcentagem, têm muita aplicação em situações presentes na vida de qualquer pessoa, não só na de um estudante. Por esse tipo de conteúdo matemático, que é mais fácil de associarmos a situações práticas e frequentes no dia a dia, existe um pouco mais de interesse e motivação por parte dos alunos. Essa foi uma das razões que nos levaram a focar nosso estudo no conteúdo de porcentagem.

2.1 A IMPORTÂNCIA DA PORCENTAGEM PARA A FORMAÇÃO DO ALUNO: O QUE DIZEM OS PCN DE MATEMÁTICA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (PCN) foram publicados no final da década de 1990 e serviram como documento de referência para a produção de livros didáticos e definição de avaliações e currículos nacionais. Analisamos os dois documentos dirigidos a esse nível de escolaridade, no que diz respeito ao conteúdo de porcentagem e destacamos em seguida os principais resultados encontrados.

2.1.1 OS PCN DE MATEMÁTICA DA 1ª À 4ª SÉRIE

No documento dirigido aos primeiros ciclos do Ensino Fundamental, os PCN se referem à porcentagem em vários momentos. O primeiro deles acontece quando o documento se refere aos Temas Transversais. Ao citar Outros Temas, afirma:

Além dos temas apresentados, cada escola pode desenvolver projetos envolvendo outras questões consideradas de relevância para a comunidade. Temas relacionados à educação do consumidor, por exemplo, são contextos privilegiados para o desenvolvimento de conteúdos relativos a medida, porcentagem, sistema monetário, e, desse modo, podem merecer especial atenção no planejamento de Matemática. (BRASIL, 1997, p.28).

A referência seguinte está na página 38 do documento, quando destaca a possibilidade de associação do trabalho com proporcionalidade a conteúdos como porcentagem, semelhança de figuras, matemática financeira e com tabelas e gráficos.

Quando trata dos Conteúdos Conceituais e Procedimentais do campo dos Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais, os PCN trazem o seguinte objetivo: “Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário” (BRASIL, 1998, p.59).

O conteúdo é citado novamente quando o documento faz referência às Operações com Números Naturais e Racionais, destacando a orientação para o trabalho com: “Cálculo simples de porcentagens” (BRASIL, 1998, p.60).

O documento faz referência aos três tipos de representações fracionárias com mais utilidade no cotidiano das crianças. Cita uma delas que é a fração servir como instrumento de comparação entre razões de mesma grandeza,

(...) ou seja, quando é interpretada como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com informações do tipo “2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes”. Outros exemplos podem ser dados: a possibilidade de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores (2 em 10); o trabalho com escalas em mapas (a escala é de 1 cm para 100 m); a exploração da porcentagem (40 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol). (BRASIL, 1998, p.68).

A última referência à Porcentagem deste documento é citando como deve ser feito este cálculo nas series iniciais deixando o método convencional para as series subsequentes. Para isso, orienta que basta que aluno tenha em mente o que representa 10% de um todo e como operar para encontrar esse resultado: “Por exemplo, calcular 35% de 120, achando 10% de 120 (12), 5% de 120 (metade de 12) e adicionando as parcelas: $12 + 12 + 12 + 6 = 42$ ” (BRASIL, 1998, p. 81).

2.1.2 OS PCN DE MATEMÁTICA DA 5ª À 8ª SÉRIE

Ao se referir à seleção de conteúdos para o Ensino Fundamental, tratando da diferença entre os diferentes tipos de conhecimento, o documento dirigido à 5ª. à 8ª. séries do Ensino Fundamental (atuais 6º ao 9º Anos) destaca:

Os procedimentos não devem ser encarados apenas como aproximação metodológica para aquisição de um dado conceito, mas como conteúdos que possibilitem o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber fazer, aplicáveis a distintas situações. Esse “saber fazer” implica construir as estratégias e os procedimentos, compreendendo os conceitos e processos neles envolvidos. Nesse sentido, os procedimentos não são esquecidos tão facilmente. Exemplos de procedimentos: resolução de uma equação, traçar a mediatriz de um segmento com régua e compasso, cálculo de porcentagens etc. (BRASIL, 1998, p.50)

O documento orienta, portanto, que devemos ensinar procedimentos matemáticos, como o uso de fórmulas e algoritmos, com base na compreensão, para evitar a simples memorização dos processos, que seriam esquecidos logo em seguida.

No mesmo documento, um dos conteúdos e procedimentos defendidos para o nível de escolaridade ao qual o texto é dirigido, em relação à porcentagem, é a “Resolução de situações-problema que envolvem a idéia de proporcionalidade, incluindo os cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não-convencionais”. (BRASIL, 1998, p.71)

Na página 84 o documento destaca a porcentagem como uma possibilidade de retomada do conceito de proporcionalidade, explorado nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Quando trata de Critérios de Avaliação para o nível de escolaridade em questão, o documento traz a indicação de avaliação da seguinte capacidade a ser desenvolvida pelos estudantes: “Resolver situações-problema que envolvem a variação de duas grandezas direta ou inversamente proporcionais e representar em um sistema de coordenadas cartesianas essa variação” (BRASIL, 1998, p.92).

De acordo com o documento,

Por meio deste critério o professor verifica se o aluno é capaz de resolver situações problema (escalas, porcentagem e juros simples) que envolvem a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias como as regras de três; de representar, em um sistema de coordenadas cartesianas, a variação de grandezas envolvidas em um fenômeno, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em

diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não-proporcional. (BRASIL, 1998, p.92)

Na página 102 o documento repete a mesma orientação feita sobre a exploração das representações de frações dos PCN de Matemática da 1ª à 4ª série, referindo-se aos números racionais interpretados como uma razão, que compara duas quantidades. Como exemplos cita a probabilidade de se sortear uma bola de determinada cor; o trabalho com escalas em plantas e em mapas e “(...) a exploração da porcentagem (70 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol: 0,70 ou 70% ou ainda e 0,7). (BRASIL, 1998, p.102)

Ao discutir sobre o campo do Tratamento da Informação, defende que

[P]or ser um campo que abarca uma ampla variedade de conteúdos matemáticos, o desenvolvimento desse bloco pode favorecer o aprofundamento, a ampliação e a aplicação de conceitos e procedimentos como porcentagem, razão, proporção, ângulo, cálculos etc. Esse estudo também favorece o desenvolvimento de certas atitudes, como posicionar-se criticamente, fazer previsões e tomar decisões ante as informações veiculadas pela mídia, livros e outras fontes. (BRASIL, 1998, p.134)

O documento cita as competências desenvolvidas, entre elas a porcentagem como ferramenta de ajuda na tomada de decisões ou previsões de dados estatísticos, dados estes que, se forem de caráter social, estimulam o interesse do aluno, promovendo uma aprendizagem mais significativa.

Ao tratar do trabalho com a noção de probabilidade, o documento traz orientações sobre como proceder para estimular o aluno a fazer suas próprias previsões sobre as chances de um determinado evento ocorrer ou não, partindo-se de noções informais e sugerindo:

Para ampliar a noção de probabilidade pode-se partir de uma situação como: em 10 lançamentos de uma moeda deu 9 vezes cara, ou seja, 90% dos lançamentos. A partir dessa afirmação é possível explorar as seguintes situações: se a moeda for lançada mais 10 vezes, é provável que essa porcentagem se repita? e se o número de lançamentos for 1.000? ou 10.000? Qual é a porcentagem que deve dar em cada caso? As respostas dos alunos evidenciam sua intuição a respeito de algumas idéias envolvidas na probabilidade e favorecem um trabalho de familiarização com esse assunto. É importante que eles descubram, pela experimentação, que as chances de cada resultado ser igual “50%” deve-se à simetria da moeda e sua homogeneidade (moeda honesta). (BRASIL, 1998, p.137)

Os PCN destacam, portanto, a importância de trabalhar as ideias de razão, probabilidade e porcentagem por meio de experimentos práticos, que possibilitem ao aluno atribuir significado ao que estudam e não apenas memorizar informações para alcançar uma nota em uma avaliação.

2.2 ALGUNS RESULTADOS DE PESQUISAS SOBRE O TEMA.

Em relação aos procedimentos adotados pelos alunos na resolução de problemas de porcentagem, identificamos outro problema, discutido com os colegas de profissão com os quais trabalhamos na Educação Básica. Eles tendem a executar cálculos de porcentagem sempre da mesma forma, utilizando a regra de três, ou, ainda, utilizam a ideia introdutória de porcentagem que foi inserida nos primeiros ciclos do ensino Fundamental, que é a de “encontrar os 10% do total”, como eles mesmos se referem ao método.

Em relação a este último procedimento, compreendemos que seja um problema quando alunos do Ensino Médio o adotam quase como única estratégia, quando deveriam ter desenvolvido outros métodos de resolução mais elaborados. Mileni de Quadros Tavares cita em seu trabalho que “(...) é possível utilizar outras tecnologias nas aulas de matemática, além de outros métodos de ensinar porcentagem e juros, não utilizando apenas a regra de três, que para mim é um método automático e repetitivo” (TAVARES, 2011, p.11).

Além disso, entendemos que o conceito de porcentagem serve como base para a compreensão de outros conteúdos matemáticos, como, por exemplo, probabilidade e estatística, que são conteúdos importantes para a formação de um cidadão, sendo fundamental dar uma ênfase maior a esse conteúdo, desde a sua abordagem nas series iniciais, de formas diversificadas, para que o aprendizado seja mais efetivo. Como cita Keller Tadeu Lopes, em sua pesquisa sobre o ensino de porcentagem, “(...) a escola está ficando cada vez mais monótona e sem interesse para os estudantes” (LOPES, 2013, p.16).

A pesquisa de Mestrado de Lopes, tinha como objetivo elaborar e avaliar um conjunto de atividades envolvendo porcentagem, para uso em turmas do 6º ano do Ensino Fundamental, visando estimular a produção de significados para o conteúdo citado, pelos alunos. Os resultados do estudo apontaram que os alunos se prenderam

ao uso de regras para resolverem os problemas que foram propostos e apresentavam dificuldades para resolvê-los quando não localizavam no enunciado os dados necessários para aplicação das regras que pretendiam utilizar. Sem essa condição, não conseguiam desenvolver outras estratégias.

Dias (2008) realizou um estudo que teve como principal objetivo “(...) investigar a relevância do trabalho contextualizado como provocador de mudança no posicionamento dos alunos frente à Matemática e na sua integração na sociedade” (DIAS, 2008, p.14). A pesquisa foi desenvolvida através da aplicação de atividades que contaram com a participação ativa de alunos do 2º ano do Ensino Médio de famílias de plantadores de fumo da região de Camaquã, no Rio Grande do Sul. Dias destaca, no Resumo de seu texto, que

[A]s análises e os resultados evidenciaram que a construção dos conceitos esteve associada à aplicabilidade dos conteúdos no cotidiano dos alunos e que os espaços criados para discussões em sala de aula proporcionaram a aprendizagem matemática e o desenvolvimento da autonomia, da criatividade e do senso crítico dos alunos.

O trabalho citado destaca, portanto, a importância de trabalharmos em sala de aula, com o conteúdo de porcentagem, em atividades que explorem contextos do cotidiano dos alunos e que possibilitem sua participação e compreensão, e não apenas a memorização de procedimentos que eles podem não compreender.

3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

O questionário cujos itens discutimos no primeiro Capítulo do presente trabalho, foi aplicado a um grupo de 47 alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de João Pessoa. A aplicação do questionário ocorreu no mês de maio do presente ano e foi feita por nós com a orientação de que os alunos não utilizassem nenhuma fonte de consulta e que procurassem registrar os procedimentos que adotaram para resolver cada questão, mesmo as que fossem de múltipla escolha.

Em seguida iremos apresentar os resultados que obtivemos, na aplicação do questionário, destacando o número de acertos; os principais tipos de erros cometidos, bem como as principais estratégias que foram utilizadas pelos alunos na resolução das questões.

3.1 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 1

Como informamos no Capítulo 1, o enunciado da Questão 1 era: “Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, de quanto seria a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais?”.

Os resultados que obtivemos foram que apenas 5 dos 47 alunos acertaram a questão. Os demais cometeram erros nas operações básicas, sendo o erro mais comum o de interpretação textual. Parte dos alunos entendeu que era necessário encontrar o novo preço do produto, que custava R\$50, com os 20% da remarcação dos preços. Depois de encontrado o novo preço, calcular o valor do produto com os 10% de desconto do cartão fidelidade.

A grande maioria dos alunos que não acertaram, cometeu o erro de somar as duas porcentagens (20% da remarcação e 10% do cartão fidelidade) para depois fazer o desconto total sobre o preço de R\$50. Nas Figuras 1 e 2 destacamos as soluções de dois estudantes, para a questão.

Figura 1: Soma das porcentagens e o método de resolução por regra de três.

uar a compra, em reais, seria de? 50,00

| | |
|------|-------|
| 100% | 50,00 |
| X | 30% |

100x = 50,30

100x = 1500

x = 1500 / 100 = 15

de 2013 100

Ele receberia de desconto 15 reais.

$$\begin{array}{r} 50,00 \\ - 15,00 \\ \hline 35,00 \end{array}$$

Fonte: Acervo do autor

Na solução da Figura 1 identificamos um procedimento muito comum adotado na resolução de problemas de porcentagem pelos alunos, que é a utilização da regra de três simples. Ela foi bem executada pelo aluno, mostrando que o objetivo citado dos PCN, relativos “ao cálculo simples de porcentagens” (BRASIL, 1998, p.60),

poderia ter sido alcançado, caso o aluno tivesse aprendido a diferenciar as situações de porcentagem mais simples, o que não era o caso, pois havia uma aplicação consecutivas de porcentagens sobre um determinado valor, e que não correspondia à soma dos dois valores percentuais.

Reforçamos nossa compreensão de que o erro, nesse caso, não estava do domínio das operações básicas envolvidas na resolução de um problema de porcentagem, mas estava na interpretação da questão, que foi entendida pelo aluno de forma equivocada.

Figura 2: Soma das porcentagens e o método de resolução por partição da porcentagem

Handwritten calculations from Figure 2:

$$50 = 5$$

$$10\% \text{ de } 50 = \text{R\$} 5$$

$$30\% \text{ de } 50 = \text{R\$} 15$$

$$\text{Desconto} = \text{R\$} 20,00$$

$$\text{Total com Desconto} = \text{R\$} 75,00$$

Fonte: Acervo do autor

A solução apresentada na Figura 2 foi obtida por meio de partição da porcentagem, um método bastante utilizados pelo alunos quando o percentual procurado é múltiplo de cinco. Em geral, a ideia de determinação de 10% do total é o primeiro contato que se tem nas series iniciais do Ensino Fundamental com o conceito de porcentagem. Vale destacar, porém, que este é um método introdutório para o trabalho com o conteúdo, como citado pelos PCN (BRASIL, 1998), mas que deve ser posteriormente ampliado.

Como no caso destacado na Figura 1, embora o aluno tenha realizado cálculos matemáticos corretos, considerando-se que a questão envolvesse uma porcentagem simples, temos o mesmo erro de interpretação textual, uma vez que ao aluno entendeu que o valor do desconto seria obtido somando-se os dois percentuais de desconto, ou seja, fazendo-se $20\% + 10\% = 30\%$ e aplicando-se esse percentual sobre o valor inicial de R\$50,00.

Em relação às estratégias de solução, dos cinco alunos que acertaram a questão, dois alunos primeiro utilizaram os 20% da remarcação realizando o produto

com o valor de R\$50, obtendo R\$40,00. Sobre o resultado aplicaram os 10% do desconto adicional, correspondente a R\$4,00, obtendo assim a economia adicional que se pede na questão, como representado na resolução presente na Figura 3.

Figura 3: Aplicações sucessivas de percentuais e o método de resolução por regra de três

$$\begin{array}{l} 10\% = 50 \\ 2\% = x \\ 10x = 100 \\ x = \frac{100}{10} \\ \boxed{x = 10} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10\% = 40 \\ 1\% = x \\ 10x = 40 \\ x = \frac{40}{10} \\ \boxed{x = 4} \end{array}$$

Fonte: Acervo do autor

Os outros três alunos que responderam corretamente a questão, executaram os cálculos fracionando o percentual, ou seja, primeiro encontrando o equivalente a 10%, para depois resolver o problema aplicando os percentuais citados no enunciado, como mostra a Figura 4.

Figura 4: Fracionando o percentual e o método de resolução convencional

remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de?

4 reais de economia com os produtos $\frac{20}{100} \cdot 50 = 10 \text{ R\$} = 40 \text{ R\$}$

20% abaixo do preço, dando um total de 36 reais.

2. Enem de 2013

O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Fonte: Acervo do autor

O mesmo procedimento de execução foi observado nas respostas dos alunos que não acertaram a resposta, mostrando que os métodos mais utilizados pelos alunos foi o fracionamento do percentual ou o uso direto da regra de três simples com o percentual.

No caso específico da Questão 1, vimos claramente que o maior problema foi a interpretação do enunciado pelos alunos. Considerando nossa experiência como docente, relativa ao ensino de porcentagem e de outros conteúdos matemáticos, identificamos que isso ocorre quase sempre quando a questão demanda um procedimento de cálculo a ser feito em etapas sucessivas.

Os alunos estão habituados a trabalhar com problemas que envolvem apenas uma etapa ou a resolução direta, a partir da aplicação imediata dos valores numéricos presentes no enunciado. Como destacam os PCN, “(...) Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas” (BRASIL, 1998, p.40), destacando a necessidade que temos de trabalhar melhor com a leitura e compreensão textual, bem como com problemas não convencionais.

3.2 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 2

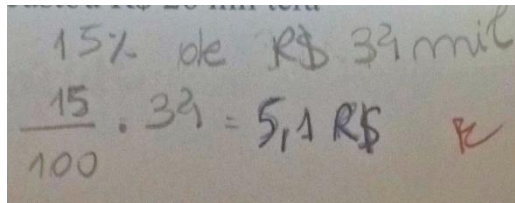
O enunciado da Questão 2, era o seguinte: “O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado). Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar que valor de Imposto de Renda à Receita Federal?”

Um total de 12 (doze) alunos responderam corretamente à questão. Embora o número de acertos tenha sido maior que o da Questão 1, entendemos que o valor ainda foi relativamente baixo, por envolver um cálculo relativamente simples. O aluno deveria identificar qual era o valor do lucro, no caso, 8 mil, e depois determinar 15% desse valor.

Essa Questão, aplicada no ENEM, como a maioria das Questões desse exame, exige uma boa capacidade de leitura e interpretação textual. Nesse caso, dificuldades de leitura e interpretação dos alunos foram a causa da maioria dos erros cometidos por eles. Outro fator que impossibilitou a resolução da questão foi que a maioria não tinha uma ideia relativa ao conceito de Lucro.

Uma das respostas erradas pode ser observada na Figura 5, que apresenta uma solução em que o aluno calculou 15% do valor total pelo qual foi vendido o lote de ações e não sobre o lucro.

Figura 5: Completa falta de interpretação textual e do conceito de lucro



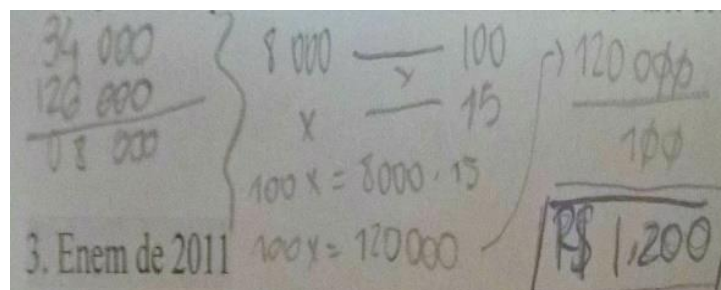
$$\frac{15}{100} \cdot 39 = 5,1 \text{ R\$}$$

Fonte: Acervo do autor

Alguns alunos afirmaram que a questão não poderia ser resolvida porque o enunciado informava que o contribuinte que vendesse mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês, deveria pagar Imposto de Renda, mas os alunos entenderam que o lucro é que deveria ser maior que R\$20 mil e, como ele teria sido de apenas R\$8 mil, o contribuinte não estaria apto a pagar Imposto de Renda.

Os alunos que conseguiram resolver corretamente a questão, demonstraram clareza sobre a ideia de lucro; encontraram corretamente o valor do lucro e depois fizeram o cálculo da porcentagem simples, quando foram adotadas as mesmas estratégias de solução da Questão 1, ou seja, uso da Regra de Três, como podemos observar na Figura 6, ou do cálculo dos 10% de R\$8 mil, equivalente a R\$800, somado com a metade desse valor, ou seja, com R\$400, que daria um total de R\$1.200 de imposto.

Figura 6: Obtido o lucro e o método de resolução por regra de três simples



$$\begin{array}{r} 34.000 \\ 120.000 \\ \hline 154.000 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 8.000 \\ 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \\ 15 \end{array}$$

$$100x = 8000 \cdot 15$$

$$100x = 120.000$$

$$x = 1200$$

3. Enem de 2011

R\$ 1.200

Fonte: elaborada pelo autor

De forma geral, entendemos que ocorreram mais acertos nessa questão por ela não estar dividida em duas etapas conectadas logicamente, como na questão anterior. Nesta era preciso apenas obter o lucro e aplicar o percentual, tornando mais simples a resolução.

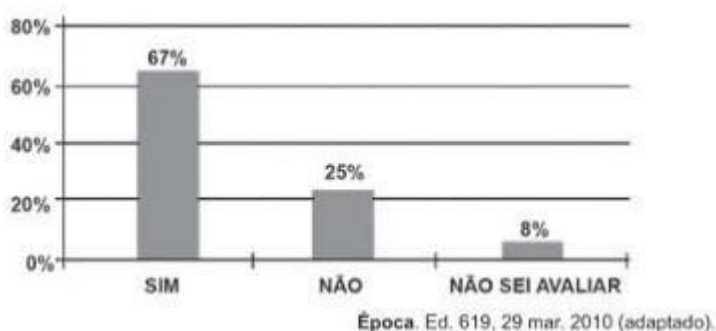
De qualquer modo, por entendermos que ainda foi relativamente baixo o número de acertos, considerando a baixa complexidade da questão, destacamos o que defendem os PCN, ao tratarem de conceitos e procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos do Ensino Fundamental, relativos à capacidade de

[A]nálise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais, reconhecendo que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e que eventualmente diferentes operações podem resolver um mesmo problema. (BRASIL, 1998, p.71)

Deste modo, entendemos que precisa ser feito um trabalho específico, nas aulas de Matemática, com a leitura e interpretação de enunciados dos problemas que são propostos aos alunos, e não esperar que essa competência seja natural e que o domínio de procedimentos e regras habilita o aluno a resolver questões que envolvam um conteúdo.

3.3 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 3

O enunciado da questão 3 era: “Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico:



Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete: a) Menos de 23; b) Mais de 23 e menos de 25; c) Mais de 50 e menos de 75; d) Mais de 100 e menos de 190; e) Mais de 200”.

Trinta e dois dos 47 alunos acertaram a questão. A leitura do gráfico e a interpretação do texto do enunciado foi satisfatória. Mesmo nos casos em que eles não conseguiram calcular o valor exato, tinham uma noção muito próxima do resultado final.

Uma aluna arredondou o valor total dos internautas para 280, o que facilitou o cálculo da porcentagem por fatores de 10%, levando a um total $28 + 28 + 14 = 70$, o que resolvia o problema, pois a resposta estava indicada em um intervalo. Esse procedimento indica uma compreensão da aluna não apenas sobre o cálculo de porcentagem, mas, também, sobre a ideia de aproximação.

A maioria dos erros foi cometida pelos alunos que não entenderam do que se tratava a questão ou por terem domínio do conteúdo matemático em questão, apesar de entendermos que se tratava de uma questão de baixo nível de dificuldade. Sua resolução envolvia uma análise rápida do gráfico e a única dificuldade era que a divisão a ser realizada não era exata.

Como a questão possuía alternativas e elas estavam em forma de intervalos, isso possibilitou que alguns alunos marcassem a alternativa correta, mesmo não sabendo efetuar de forma certa as operações básicas de multiplicação e divisão, como podemos observar na solução presente na Figura 7.

Figura 7: Resolução por regra de três simples e multiplicação e divisão erradas

3) $100 \div 25 = 4$ $\therefore 100 \times 7475 = 747500$
 $25 \times 4 = 100$
 $X = 7475$
 $X = 7475 \times 100$
 $X = 747500$

Handwritten multiplication on the right:
 $7475 \times 100 = 747500$

Fonte: Acervo do autor

Vale ressaltar também que houve uma boa parte dos alunos que conseguiu dividir e/ou multiplicar sem problemas, como observado na Figura 8. Neste caso o aluno primeiro fez a divisão de 25 por 100, para os 25%, resultando em 0,25, que depois foi multiplicado pelo valor dado.

Figura 8: Multiplicação e divisão bem efetuada e o método de resolução convencional

$\frac{25}{100} \cdot 279 = 0,25 \cdot 279 = 69,75$

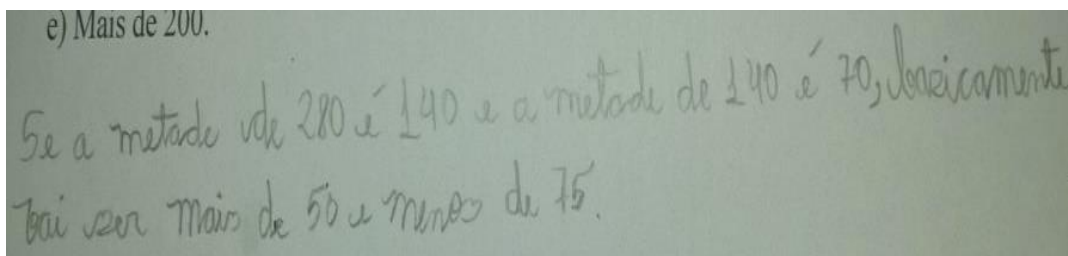
Handwritten multiplication on the right:
 $0,25 \times 279 = 69,75$

Fonte: elaborada pelo autor

Uma aluna utilizou uma estratégia que achamos interessante destacar em nosso trabalho. Ela verificou que 25% equivale a um quarto e que se arredondasse o total de internautas para 280 teria uma divisão exata e extremamente próxima do

resultado correto, referente a 279. Na figura 9 trazemos a linha de raciocínio seguida pela aluna.

Figura 9: Resolução por arredondamento



Fonte: Acervo do autor

Como as alternativas da Questão estavam na forma de intervalos, essa forma de resolução do problema foi bastante prática e fácil. O procedimento adotado por ela mostrou sua capacidade de associar porcentagem a fração e com a ideia de proporcionalidade, na direção do que defendem os PCN (BRASIL, 1998).

3.4 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 4

O enunciado da Questão 4 era: “Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

| | |
|-----------------|--|
| Hipoglicemia | taxa de glicose menor ou igual a 70mg/dL |
| Normal | taxa de glicose maior que 70mg/dL e menor ou igual a 100mg/dL |
| Pré-diabetes | taxa de glicose maior que 100mg/dL e menor ou igual a 125mg/dL |
| Diabetes Melito | taxa de glicose maior que 125mg/dL e menor ou igual a 250mg/dL |
| Hiperglicemia | taxa de glicose maior que 250mg/dL |

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estava com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dl. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa 30% e na segunda etapa em 10%. Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de: (a) hipoglicemia; (b) normal; (c) pré-diabetes; (d) diabetes melito; (e) diperglimia”.

Dos 47 alunos que participaram de nosso estudo, 20 acertaram a Questão 4, ou seja, menos da metade da turma. Os principais erros cometidos foram semelhantes

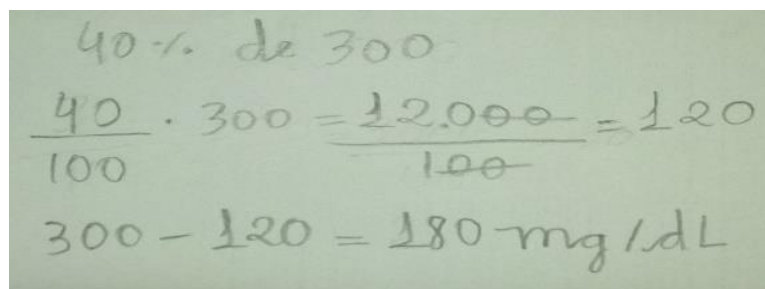
aos apresentados para a Questão 1, por se tratar também de aplicação de percentuais sucessivos. Neste caso, os alunos somaram as duas porcentagens (30% da primeira etapa e 10% da segunda etapa) e aplicaram o total sobre o valor da taxa de glicose de 300 mg/dl.

Acreditamos que a margem superior de acertos em relação à Questão 1 foi que, no caso da Questão 4, ela foi proposta sem termos retirado as alternativas e, por coincidência, o resultado encontrado de forma errada estava no mesmo intervalo do resultado que seria obtido se a questão fosse feita de forma correta. Como os intervalos das alternativas eram muito amplos, isso possibilitou que o aluno marcasse a alternativa correta, mesmo não tendo acertado os cálculos.

Embora os PCN (BRASIL, 1998) destaquem a importância da resolução de problemas no desenvolvimento dos diversos conteúdos matemáticos, o documento não faz referência ao trabalho com questões de múltipla escolha, forma comumente apresentada nos exames nacionais, e os professores não são devidamente orientados sobre como explorar esse tipo de questão em sala de aula.

Esse resultado mostra que nem sempre é bom ter alternativas com intervalos muito amplos, levando o aluno a acertar mesmo não realizando o que realmente se pede, e conseguir marcar a alternativa correta. Mais uma destacamos as deficiências na interpretação textual dos alunos, quando se exige a aplicação de percentuais sucessivos, como podemos observar na solução da Figura 10.

Figura 10: Soma dos percentuais e o método de resolução convencional



Handwritten calculation showing the sum of percentages and the conventional resolution method:

$$40\% \text{ de } 300$$

$$\frac{40}{100} \cdot 300 = \frac{12.000}{100} = 120$$

$$300 - 120 = 180 \text{ mg/dL}$$

Fonte: elaborada pelo autor

Outro erro encontrado nas soluções da Questão 4, foi o aluno observar as duas etapas, mas operar os dois descontos (30% e 10%) em cima da taxa de glicose total, sem fazer as reduções sucessivas, como na Figura 11. Ou seja, embora tenha

entendido que eram dois valores percentuais que deveriam ser aplicados separadamente, essa aplicação foi feita sobre o mesmo valor inicial.

Figura 11: Percentuais separados, aplicados sem sucessão

$$\frac{30}{100} \cdot 300 = \frac{9000}{100} = 90$$

$$\frac{10}{100} \cdot 300 = \frac{3000}{100} = 30$$

$$\frac{90}{30} = 120$$

$$300 - 120 = 180$$

Porque a taxa de glicose é menor que 250

Fonte: Acervo do autor

As estratégias adotadas pelos estudantes que acertaram a Questão foram praticamente iguais e também parecidas com as adotadas nos acertos da Questão 1, como pode ser observado na Figura 12.

Figura 12: Descontos sucessivos bem efetuados e o método de resolução por regra de três simples

Taxa = 300

I) $300 - 30 = 270$

II) $270 - 22 = 248$

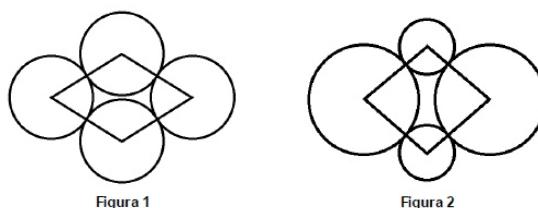
Taxa final de 248 mg/dL, sendo ele diálise mais

Fonte: Acervo do autor

O procedimento registrado pelo aluno é organizado e matematicamente bem estruturado, sendo acompanhado de uma resposta dada por extenso. Vale destacar, ainda, a referência feita por ele às unidades de medida.

3.5 OS RESULTADOS DA QUESTÃO 5

O enunciado da Questão 5, foi: “O losango representado na Figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida. Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrada pela Figura 2



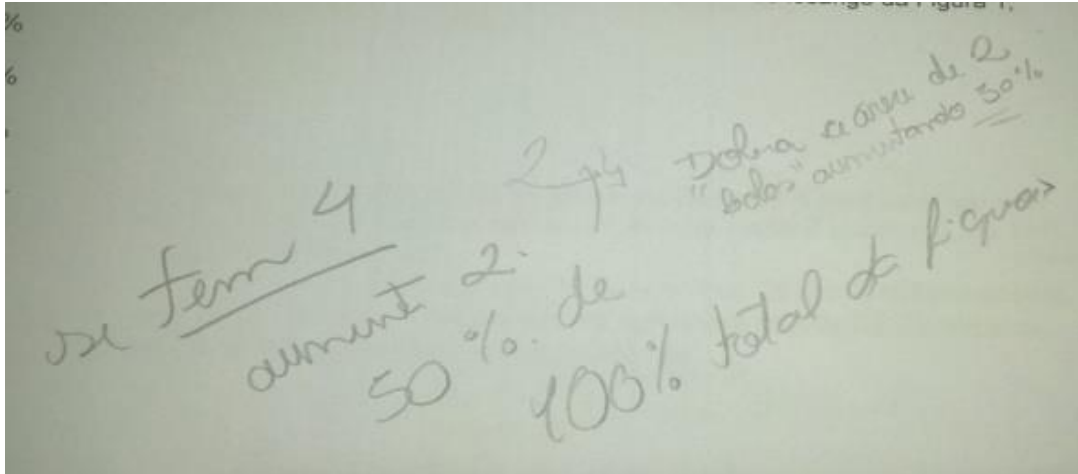
O perímetro do losango da Figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da Figura 1, teve um aumento de: (a) 300%; (b) 200%; (c) 150%; (d) 100%; (e) 50%”. O formato como a questão foi originalmente aplicada aos alunos encontra-se no capítulo 1.

Para esta Questão foram apresentadas sete respostas corretas, embora ninguém tenha conseguido resolver de fato os cálculos necessários. Os poucos acertos foram atribuídos a “chutes”, pois as justificativas que acompanharam as respostas certas estavam erradas.

A questão pedia o percentual de aumento do perímetro do losango da “Figura 1” para a “Figura 2”, formada pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida. Em outras palavras, o losango pode ser formado pelos raios R das circunferências, mas essa observação não foi feita por nenhum aluno, o que mostra a dificuldade do alunado para trabalhar com elementos genéricos.

A dificuldade que os alunos mais alegaram foi justamente a falta de um valor numérico para o raio, o que, para eles, impossibilitava a resolução da questão. Eles tinham a ideia adequada do que era perímetro; conheciam bem as figuras planas exibidas nas figuras presentes no enunciado, mas, mesmo assim, não conseguiram responder à questão. Uma das respostas, com justificativa equivocada, pode ser observada na Figura 13.

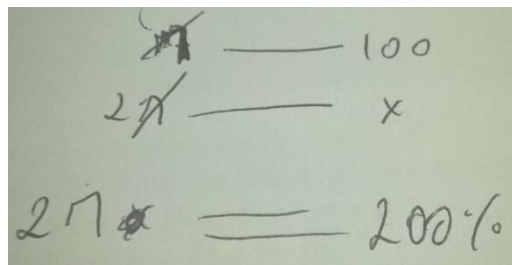
Figura 13: Tentativa equivocada de resolução



Fonte: Acervo do autor

Um erro comum cometido pelos alunos foi a tentativa de realizar uma regra de três simples envolvendo a porcentagem, porém, sem o menor fundamento. Essa foi a estratégia mais comum de resolução, utilizada pela maioria dos que tentaram resolver essa questão, como exemplificado na Figura 14.

Figura 14: Regra de três simples com percentual, dobrando o raio r



Fonte: Acervo do autor

Observamos que, nessa última Questão, além dos problemas relativos à leitura e interpretação do enunciado, e dos relativos à dificuldade com a aplicação de porcentagem, as dificuldades aumentaram pelo fato de estarem envolvidos conteúdos de Geometria, no qual os alunos apresentam, em geral, muitas dificuldades, de acordo com o que já constatamos nas turmas em que atuamos como professor.

De maneira geral, percebemos em todas as cinco questões, que mesmo no Ensino Médio não está sendo atingindo o objetivo que está nos PCN do Ensino Fundamental que é fazer com que o aluno consiga realizar cálculos simples de porcentagens. Em relação aos resultados que tivemos em nosso estudo, apenas uma

pequena parcela dos alunos foi capaz de realizar esse tipo de cálculo de maneira correta.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral deste trabalho foi perceber quais as principais dificuldades e estratégias de solução dos alunos do Ensino Médio em resolver o cálculo da Porcentagem, visto toda sua importância na vida de um cidadão. Foi aplicada uma atividade contendo cinco questões do ENEM de anos passados, todas envolvendo Porcentagens, com duração de uma hora, sem direito a consulta com 47 alunos do terceiro ano.

Tivemos um resultado já esperado diante das dificuldades e queixas frequentes dos alunos em relação ao ensino da Matemática. A maior dificuldade sem dúvida foi à interpretação textual, a grande maioria dos alunos não teve o entendimento das questões, não sabia qual caminho tomar para chegar à solução. E quando tinha o entendimento pecava na execução do cálculo.

Foram observados também outros dois problemas principais, o primeiro em relação a descontos sucessivos, notamos que este conceito não está bem definido na concepção dos investigados, onde, na maioria das vezes, somavam-se os percentuais de desconto ao invés de aplicar um por um. Já o segundo foi o de trabalhar problemas de forma genérica, onde o coletivo não obteve nenhum tipo de argumentação cabível para a solução do problema.

Sobre os métodos de resolução, foi percebido que os educandos adotavam técnicas utilizadas ainda nas séries iniciais, o que pode ser um problema, pois já estão no Ensino Médio e deveriam ser empregados métodos mais convencionais.

Tendo em vista tudo o que foi apresentado, notamos que os lecionandos não absorveram o conteúdo de Porcentagem como deveria, nas séries iniciais, carregando dificuldades até o presente momento. Fica evidente então que devemos dar mais importância à forma como trabalhamos este conteúdo no ensino básico.

REFERÊNCIAS

TAVARES, Mileni de Quadros. **MATEMÁTICA FINANCEIRA – Uma nova abordagem para porcentagem e juros**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Porto Alegre, 2011. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31571/000783428.pdf?sequence=1>

DIAS, Rozangela Vieira. **O Uso de porcentagem no cotidiano dos alunos**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS. Porto Alegre, 2008.

LOPES, Keller Tadeu. **Uma investigação sobre o Ensino de Porcentagem no 6º ano do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF. Rio de Janeiro, 2011. Disponível em: <http://www.ufjf.br/mestradoedumat/files/2011/05/Keller-Tadeu-Lopes.pdf>. Acesso em junho de 2016.